1ière S **Jeudi 27 mai**

Dernier contrôle

Exercice 1 : (5 points)

Trois camarades Agathe, Bernard et Claude décident (indépendamment) d'aller au cinéma le même jour à la même heure. Il y a deux salles de cinéma dans la ville, nous les appelons S_1 et S_2. On suppose l'équiprobabilité dans le choix des salles.

1. Dénombrer tous les choix possibles. (On pourra s'aider d'un arbre en considérant les choix d'Agathe puis ceux de Bernard…)
2. Quelle est la probabilité que les trois camarades soient dans la même salle ?
3. Quelle est la probabilité que Agathe et Bernard soient ensemble ?
4. Quelle est la probabilité pour qu'Agathe et Bernard soient dans deux salles différentes ?

Exercice 2 : (4 points)

Cinq joueurs A, B, C, D et E organisent un tournoi d'échecs. On estime que A, B et C ont la même probabilité de gagner et que D et E ont aussi la même probabilité de gagner ; enfin A a trois fois moins de chance que D de gagner.

1. Quelle est la probabilité de gagner de chacun des joueurs ?
2. Quelle est la probabilité que D ou E gagne ?
3. Quelle est la probabilité que A ou B ou C gagne ?
4. Quelle est la probabilité que B ne gagne pas ?

Exercice 3 : (7 points)

Un candidat répond au hasard à un QCM qui comprend 3 questions. Pour chaque question, il choisit une réponse parmi les quatres qui lui sont proposées ; une seule de ces quatres réponses est exacte.

1. De combien de façons peut-il répondre à ce QCM ?

2. La variable aléatoire X associe au questionnaire du candidat le nombre de réponses correctes. On donne $p(X=2) = \dfrac{9}{64}$.

   a) Donner l'ensemble des valeurs possibles pour X.

   b) Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{27}{64}$.

   c) Déterminer la loi de probabilité de X.

   d) Donner l'espérance mathématique de X.

   e) Un candidat est reçu s'il a, au moins, deux bonnes réponses. Déterminer la probabilité d'être reçu.

__Exercice 4 :__ (3 points)

Dans un jeu de 32 cartes , on tire deux cartes. Déterminer le nombre de résultats possibles si

1. on tire les deux cartes succesivement et avec remise.
2. on tire les deux cartes successivement et sans remise.
3. on tire simultanément les deux cartes.

__Récréation probabiliste :__ *à faire chez soi, après le contrôle :*

On raconte qu' XVI siècle, un jeu consistant à lancer trois dés et à totaliser les points obtenus se pratiquait à la cour du Grand Duc de Toscane.

Joueur assidu, le Grand Duc avait remarqué qu'on obtenait plus souvent 10 points que 9 points. Et cela le surprenait grandement car, pensait-il, 10 points et 9 points se décomposent pareillement de 6 façons :

$9 = 1 + 2 + 6$	$10 = 1 + 3 + 6$
$= 1 + 3 + 5$	$= 1 + 4 + 5$
$= 1 + 4 + 4$	$= 2 + 2 + 6$
$= 2 + 2 + 5$	$= 2 + 3 + 5$
$= 2 + 3 + 4$	$= 2 + 4 + 4$
$= 3 + 3 + 3$	$= 3 + 3 + 4$

Cardan, brillant mathématicien par ailleurs sécha sur ce problème. Galilée, lui, en trouva une explication. Et toi ?

Une entrecôte ?

CORRIGE

Exercice 1 :

1. Il y a $2 \times 2 \times 2 = 8$ choix possibles

2. Il y a $\frac{2}{8}$ pour proba d'être dans la même salle.

3. Il y a $\frac{4}{8}$ pour proba qu' Agathe et Bernard sientt ensemble.

4. Agathe et Bernard sont dans deux salles différentes est l'événement contraire , donc $p = 1 - \frac{4}{8} = \frac{4}{8}$

Exercice 2 :

1. $P(A) = p(B) = p(C) = \frac{1}{9}$; $p(D) = p(E) = \frac{3}{9}$

2. $P(D \cup E) = \frac{6}{9}$

3. $p(A \cup B \cup C) = \frac{3}{9}$

4. $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = \frac{8}{9}$

Exercice 3:

1. Il y a $4 \times 4 \times 4 = 64$ réponses possibles.
2. a) $X \in \{0, 1, 2, 3\}$

   b) $X = 1$: 1 bonne réponse et deux mauvaises, donc 3 choix possibles pour celle qui sera bonne $\times$ proba d'une bonne ($\frac{1}{4}$) $\times$ proba d'une mauvaise ($\frac{3}{4}$) $\times$ proba d'une $2^{\text{ième}}$ mauvaise ($\frac{3}{4}$)

   Soit $p(X = 1) = 3 \times (\frac{1}{4}) \times (\frac{3}{4})^2 = \frac{27}{64}$.

   c)

X	0	1	2	3
p	$(\frac{3}{4})^3$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$(\frac{1}{4})^3$

$E(X) = 0\times\frac{27}{64} + 1\times\frac{27}{64} + 2\times\frac{9}{64} + 3\times\frac{1}{64} = \frac{48}{64} = 0{,}75$

d) $p(X \geq 2) = p(X = 2) + p(X = 3) = \frac{10}{64}$

Exercice 4 :

1. $32 \times 32 = 1024$ possibilités
2. $32 \times 31 = 992$ possibilités
3. $\frac{32 \times 31}{2} = 496$ possibilités