Le 2^{nd} degré

On considère le polynôme : $\mathbf{P(x) = ax^2 + bx + c}$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $\mathbf{a \neq 0}$.

I. <u>Forme canonique</u>

$$P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

II. <u>Racines de P</u>

Déf : 1°) α est une racine de P signifie que $P(\alpha) = 0$

2°) Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Propriété : Si $\Delta < 0$: P n'a pas de racine réelle.

$\Delta = 0$: P a une racine (double) $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

$\Delta > 0$: P a deux racines distincts : $\alpha = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\beta = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

III. <u>Factorisation du trinôme</u>

Propriété : Si $\Delta < 0$, P ne se factorise pas sur $\mathbb{R}$ (P est irréductible)

$\Delta = 0$, $P(x) = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2$

$\Delta > 0$, $P(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$ (α, β les deux racines de P)

Conséquence :

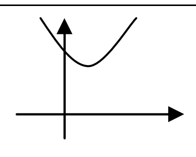
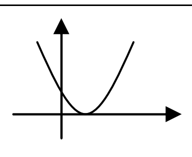
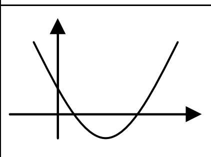
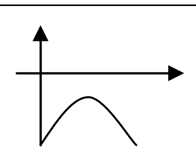
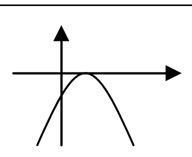
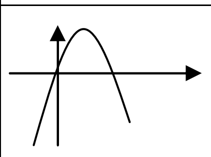
Si $\Delta > 0$ et α et β les deux racines réelles de P, alors : $\alpha + \beta = \dfrac{-b}{a}$ et $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$

IV. <u>Signe de P sur $\mathbb{R}$</u>

Propriété : Si $\Delta \leq 0$, P est du signe de a sur $\mathbb{R}$

$\Delta > 0$, P est du signe de a à l'extérieur des racines.

V. <u>Résumé en image</u>

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

VI. <u>Compléments sur les polynômes</u>

Déf : un polynôme est une somme de puissances entières de x (ex : $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$)

Déf : Le degré d'un polynôme est la plus grande puissance de x.

Déf : Deux polynômes sont égaux si leurs coefficients sont égaux.