

D.M. Vecteurs

Soit ABC un triangle non aplati, A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB] et O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Soit H le point défini par : $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.

1. a) Montrer successivement que : $\vec{AH} = 2\vec{OA}'$
 $\vec{BH} = 2\vec{OB}'$
 $\vec{CH} = 2\vec{OC}'$
 - b) Placer le point H sur une figure.
 - c) Montrer successivement que : (AH) \perp (BC)
(BH) \perp (AC)
(CH) \perp (AB)
 - d) Que peut-on en déduire pour le point H ?
2. Soit G le point défini par : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
 - a) Montrer successivement que : $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AA}'$;
 $\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BB}'$
 $\vec{CG} = \frac{2}{3}\vec{CC}'$
 - b) Placer le point G sur la figure.
 - c) Montrer que pour tout point M du plan, on a :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$
 - d) En déduire que : $\vec{OH} = 3\vec{OG}$
 - e) Que peut-on déduire de la question précédente ?