1ière S4 Lundi 21 septembre

NOM Prénom :…………………………………….

Contrôle n°1

Exercice 1 : (5 points)

Dans les deux cas suivants, déterminer les domaines de définition puis $u \circ v$:

1. $u(x) = \dfrac{2x}{x-3}$ et $v(x) = \sqrt{x}$ **2.** $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = \dfrac{2x}{x-3}$

Exercice 2 : (4 points)

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 3$ sur $\mathbb{R}$.

1. Montrer que $f(x) = (x-2)^2 - 1$
2. Etudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 : (4 points)

Soit $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$,

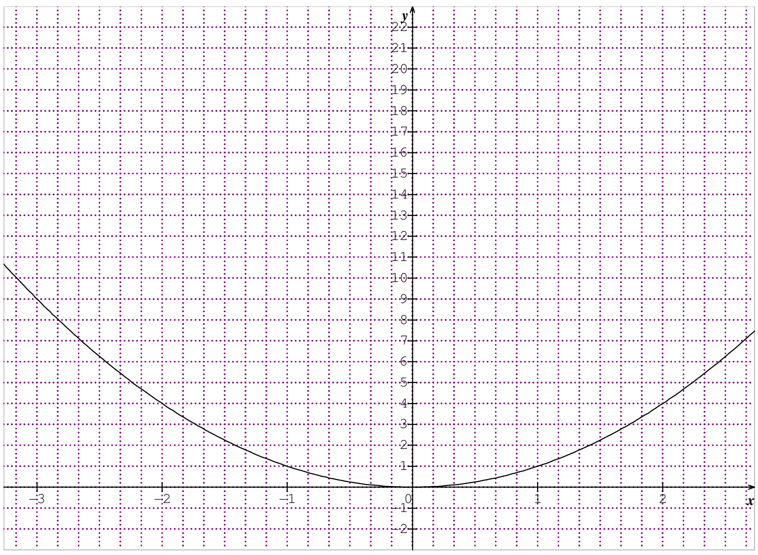
1. Déterminer le domaine de définition Df de f.
2. Montrer que f peut s'écrire $f(x) = 2 + \dfrac{5}{x-2}$ pour tout $x \in$ Df.
3. Expliquer comment on peut alors construire la courbe représentative de f à partir de (H) : $y = \dfrac{1}{x}$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 4 : (3 points)

Soit $f(x) = (2x+5)^2 + 2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Déterminer u et v de façon à avoir $f = u \circ v$.

Exercice 5 : (4 points)

En justifiant, donner la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x+1)^2 + 1$ à partir de (P) : $y = x^2$



CORRIGE

Exercice 1 :

1. u est définie sur $\mathbb{R} / \{3\}$, v est définie sur $\mathbb{R}_+$ et u∘v (x) = $\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ est définie sur $\mathbb{R}_+ / \{9\}$.

2. v ∘ u (x) = $\sqrt{\dfrac{2x}{x-3}}$ est définie sur $]-\infty\,;0] \cup]\,3\,;+\infty[$ car

- $x - 3 \neq 0$
- $\dfrac{2x}{x-3} \geq 0$

Ces deux conditions donnent le tableau ci-contre :

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
Sgn (2x)		$-$	0	$+$		$+$	
Sgn (x – 3)		$-$		$-$	0	$+$	
Sgn $\left(\dfrac{2x}{x-3}\right)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

Exercice 2 :

1. $(x-2)^2 - 1 = (x^2 - 4x + 4) - 1$
$= x^2 - 4x + 3 = f(x)$

2. La fonction carrée est décroissante sur $\mathbb{R}_-$ et croissante sur $\mathbb{R}_+$, on en déduit que :
Sur $]-\infty\,;2\,]$: $a(x) = (x-2)^2$ est décroissante donc $a(x) - 1$ aussi.
Sur $[\,2\,;+\infty\,[$: a(x) est croissante, donc $a(x) - 1$ aussi.

On résume alors les variations de f dans le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f	↘	-1	↗

Exercice 3 :

1. f est définie pour tout x réel tel que : $x - 2 \neq 0$
et donc $D_f = \mathbb{R} / \{2\}$

2. $2 + \dfrac{5}{x-2} = \dfrac{2(x-2)}{x-2} + \dfrac{5}{x-2}$

$= \dfrac{2x - 4 + 5}{x-2} = f(x)$

3. On peut alors obtenir la courbe représentative de f à partir de (H) en effectuant dans cet ordre :

- Une translation de vecteur $2\vec{i}$
- En multipliant par 5 la longueur AB avec A(x ; 0) et B(x ; f(x)) $\forall\, x \in \mathbb{R}$
- Une translation de vecteur $2\vec{j}$

Exercice 4 :

On peut proposer $u(x) = x^2 + 2$ définie sur $\mathbb{R}$ et $v(x) = 2x + 5$ définie aussi sur $\mathbb{R}$, et ainsi on a
$f(x) = u{\circ}v(x)$ pour tout x réel.

Exercice 5 :

Lire l'écran de sa calculatrice…