

Contrôle n°3

Exercice 1 : (5 points)

(U_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$ et de 1^{er} terme $U_0 = -2$.

1. Déterminer U_1 , U_2 et U_3
2. Déterminer U_n en fonction de n .
3. Déterminer U_{263}

Exercice 2 : (5 points)

(V_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $V_0 = 5$

1. Calculer V_1 , V_2 et V_3 .
2. Déterminer V_n en fonction de n .
3. Donner l'expression de V_{76} .

Exercice 3 : (10 points) *d'après site mathemitec.fr*

Dans ce problème, on étudie deux contrats d'embauche :

Contrat A : le salaire mensuel est de 1 200 euros au 1er janvier 2005 et augmente de 70 euros au premier janvier de chaque année.

Contrat B : le salaire mensuel est de 1 000 euros au 1er janvier 2005 et augmente de 8 % au premier janvier de chaque année.

On note u_n le salaire mensuel du contrat A et v_n le salaire mensuel du contrat B, en l'année $2005 + n$.

1. Étude du contrat A

- a. Calculer le salaire au 1er janvier 2006 puis au 1er janvier 2007.
- b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser le premier terme et la raison.
- c. Exprimer u_n en fonction de n . En déduire le salaire mensuel en 2014.

2. Étude du contrat B

- a. Calculer le salaire au 1er janvier 2006 puis au 1er janvier 2007.
- b. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser le premier terme et la raison.
- c. Exprimer v_n en fonction de n . En déduire le salaire mensuel en 2014.

3. Comparaison des deux contrats

- a. Avec quelle proposition aura-t-on le meilleur salaire mensuel en 2014.
- b. Quelle le contrat le plus avantageux pour l'employé pour la période comprise du début de l'année 2005 jusqu'à la fin de l'année 2014.

Corrigé

Exercice 1 :

- 1) $U_1 = 1 ; U_2 = 4 ; U_3 = 7$
- 2) $U_n = U_0 + nr = -2 + 3n$
- 3) $U_{263} = U_0 + 3 \times 263 = 787$

Exercice 2 :

- 1) $V_1 = 15 ; V_2 = 45 ; V_3 = 135$
- 2) $V_n = V_0 \times q^n = 5 \times 3^n$
- 3) $V_{76} = 5 \times 3^{76}$

Exercice 3 :

1. Etude du contrat A :

- a) 1^{ier} janvier 2006 : $U_1 = 1\,200 + 70 = 1\,270$
1^{ier} janvier 2007 : $U_2 = 1\,270 + 70 = 1\,340$
- b) Chaque année, on ajoute la même somme, donc (U_n) est arithmétique de raison $r = 70$ et de premier terme $U_0 = 1\,200$.
- c) Alors, $U_n = U_0 + nr = 1\,200 + 70n$
On déduit alors en 2014 : $U_9 = 1\,200 + 70 \times 9 = 1\,830$.

2. Etude du contrat B :

- a) 1^{ier} janvier 2006 : $V_1 = 1\,000 + \frac{8}{100} \times 1\,000 = 1\,000 \times 1,08 = 1\,080$
1^{ier} janvier 2007 : $V_2 = 1\,080 \times 1,08 = 1\,166,4$
- b) Chaque année, on multiplie par le même nombre, donc (V_n) est géométrique de raison $q = 1,08$ et de premier terme $V_0 = 1\,000$.
- c) Alors $V_n = V_0 \times q^n = 1\,000 \times 1,08^n$
On déduit alors en 2014 : $V_9 = 1\,000 \times 1,08^9 \approx 1\,999$

3. Comparaison :

- a) En 2014, avec la proposition A, il a 1 830 € par mois.
avec la proposition B, il a 1 999 € par mois.
- b) Pour déterminer quel contrat est le plus avantageux, il faut déterminer la somme des salaires perçus avec les deux contrats :

Proposition A : $12 \times U_1 + 12 \times U_2 + \dots + 12 \times U_9 = 12(U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_9)$

$$\text{Soit } 12 \times \left[\frac{10}{2} (U_1 + U_9) \right] = 12 \times 5 \times (1\,200 + 1\,830) = 12 \times 15\,150 = 181\,800 \text{ €}.$$

Proposition B : $12 \times V_1 + 12 \times V_2 + \dots + 12 \times V_9 = 12(V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_9)$

$$\text{Soit } 12 \times \frac{V_{10} - V_0}{q - 1} = 12 \times \frac{2158,92 - 1000}{1,08 - 1} = 12 \times 14\,486,5 = 173\,838 \text{ €}.$$

La proposition A est donc la plus intéressante.