

Contrôle de synthèse  
n°1.

**Exercice 1 :** (2,5 points)

- 1) Rappeler la définition du nombre dérivé d'une fonction  $f$  en  $x = a$ .
- 2) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , la fonction  $f(x) = x^3$  admet pour fonction dérivée  $f'(x) = 3x^2$ .

**Exercice 2 :** (2,5 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{2x+1}{2-x}$  pour tout  $x \in D_f$ .

- 1) Déterminer le domaine de définition  $D_f$ .
- 2) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .

**Exercice 3 :** (7 points)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{-3x^2 + 5x + 4}{x+1}$  et soit  $C_f$  sa courbe représentative.

- 1) a) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .  
b) Montrer que  $f(x) = -3x + 8 - \frac{4}{x+1}$
- 2) a) Déterminer la fonction dérivée de  $f$ .  
Déterminer les variations de  $f$  sur son domaine de définition.  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) Déterminer une équation de la tangente (T) à  $C_f$  au point d'abscisse 0.
- 4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre  $C_f$  et l'axe des abscisses.
- 5) Déterminer l'abscisse de tous les points de  $C_f$  pour lesquels  $C_f$  admet une tangente parallèle à la droite d'équation  $y = -2x$ .

**Exercice 4 :** (6 points)

Soit A, B, C trois points non alignés.

Soit D le barycentre de  $\{(B ; 2), (C ; 4)\}$ , E le barycentre de  $\{(C ; 4), (A ; 1)\}$ , F le barycentre de  $\{(B ; 2), (A ; 1)\}$  et G le barycentre de  $\{(A ; 1), (B ; 2), (C ; 4)\}$ .

1. Démontrer que les droites (AD), (BE) et (CF) sont concourantes en G.
2. a) Montrer que B est barycentre de  $\{(C ; -2), (D ; 3)\}$ .  
b) Trouver les coefficients d et b tels que C soit barycentre de  $\{(D ; d), (B ; b)\}$ .
3. Déterminer l'ensemble  $(E_1)$  des points M du plan tel que :

$$\left| \left| \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right| \right| = \left| \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right| \right|$$

4. Déterminer l'ensemble  $(E_2)$  des points M du plan tel que :

$$\left| \left| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MC} \right| \right| = \left| \left| \overrightarrow{AC} \right| \right|$$

**Exercice 5 :** (3 points)

Soit  $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

- 1) Etudier le signe de  $f$  selon les valeurs de  $x$ .
- 2) Soit  $g(x) = \left| f(x) \right|$ 
  - a) Calculer  $g(-2)$  et  $g(0)$
  - b) Déterminer une expression de  $g$  sans utiliser les valeurs absolues.