

Comportement asymptotique

I. Comportement local

1. Les résultats connus

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

2. Calculs de limites

. Addition :

$\lim f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	$l \in \mathbb{R}$	$l \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim g(x)$	$l' \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim (f+g)(x)$	$l+l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.

. Multiplication :

$\lim f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	$l (\neq 0)$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	0
$\lim g(x)$	$l' \in \mathbb{R}$	$\pm \infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm \infty$
$\lim (f \times g)(x)$	$l \times l'$	$\pm \infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.

. Division :

$\lim f(x)$	$l \in \mathbb{R}$	$l \in \mathbb{R}$	$l (\neq 0)$	$\pm \infty$	0
$\lim g(x)$	$l' (\neq 0)$	$\pm \infty$	0	$\pm \infty$	0
$\lim (f/g)(x)$	l/l'	0	$\pm \infty$	F.I.	F.I.

3. Les F.I.

. Propriété 1 : Un polynôme se comporte à l'infini comme son terme de plus haut degré.

. Propriété 2 : Une fonction rationnelle se comporte à l'infini comme le rapport de ses termes de plus haut degré.

II. Interprétation graphique.

. Déf 1 : $x = a$ est une asymptote verticale à C_f signifie que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$

. Déf 2 : $y = a$ est une asymptote horizontale à C_f (+ ou $-\infty$) signifie que $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = a$

. Déf 3 : $y = ax + b$ est une asymptote oblique à C_f (en + ou $-\infty$) signifie que :

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0.$$