NOM Prénom :……………………………………………… Mardi 1 février

2^{nde}

Contrôle Fonctions de référence

Exercice 1 : (7 points)

Soit $f(x) = x^2 + 4x - 6$.

1. Déterminer le domaine de définition Df de f.
2. Déterminer la forme canonique de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole et en déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$.
4. Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 : (6 points)

Soit $f(x) = \frac{x+1}{x-1} + 3$

1. Déterminer le domaine de définition Df de f.
2. a) Rappeler la définition d'une fonction homographique.
   b) f est-elle homographique ? Justifier.
3. Remplir le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	0	0,5	1,5	2	3	4
f(x)								

4. Donner la représentation graphique de f.

Exercice 3 : (4 points)

Remplir les appartenances ci-dessous :

1. a) $x \in [-5 ; 2] \Rightarrow x^2 \in$ ………………… b) $x^2 \in [1 ; 4] \Rightarrow x \in$ …………..
2. a) $x \in [-5 ; -1] \Rightarrow \frac{1}{x} \in$ ………………….. b) $\frac{1}{x} \leq 2 \Rightarrow x \in$ ………………..

Exercice 4 : (3 points)

Démontrer que la fonction de référence $f(x) = x^2$ est croissante sur $\mathbb{R}_+$.

CORRIGE

Exercice 1 :

1. Df = $\mathbb{R}$.
2. $f(x) = x^2 + 4x - 6 = (x + 2)^2 - 4 - 6 = (x + 2)^2 - 10$
3. S(-2 ; -10) donc Min (f(x)) = – 10 (atteint en x = – 2)
4.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
f		↘	-10	↗	

Exercice 2 :

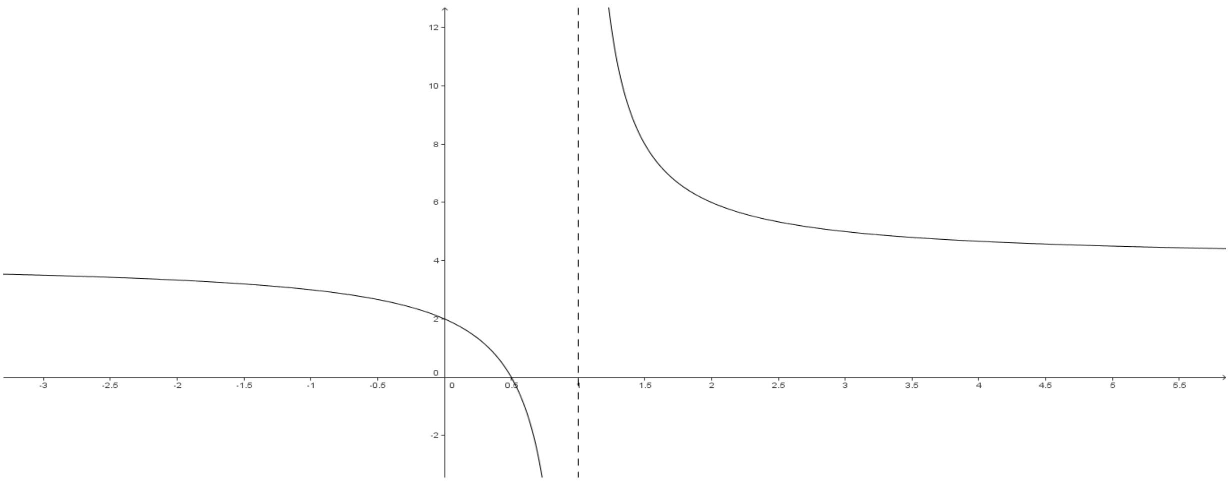
1. Df = $\mathbb{R}/\{1\}$
2. a) f est homographique si f est de la forme $\dfrac{ax+b}{cx+d}$

   b) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1} + 3 = \dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{3(x-1)}{x-1} = \dfrac{x+1+3(x-1)}{x-1} = \dfrac{4x-2}{x-1}$

   Donc f est homographique avec a = 4, b = -2, c = 1 et d = -1.
3.

x	-2	-1	0	0,5	1,5	2	3	4
f(x)	3,33	3	2	0	8	6	5	4,67

4.



Exercice 3 :

1. a) $x \in [-5 ; 2] \Rightarrow x^2 \in [0 ; 25]$

   b) $x^2 \in [1 ; 4] \Rightarrow x \in [-2 ; -1] \cup [1 ; 2]$
2. a) $x \in [-5 ; -1] \Rightarrow \dfrac{1}{x} \in [-1 ; -\dfrac{1}{5}]$

   b) $\dfrac{1}{x} \leq 2 \Rightarrow x \in]-\infty ; 0[\cup [\dfrac{1}{2} ; +\infty[$

Exercice 4 :

Soit $0 \leq a \leq b$, alors $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \leq 0$ car $a + b \geq 0$ ($a \geq 0$ et $b \geq 0$) et $a - b \leq 0$ ($a \leq b$)

D'où $a^2 \leq b^2$, soit $a \leq b$ et $f(a) \leq f(b)$.