Equations de droites

I. Les droites

1. Equations d'une droite

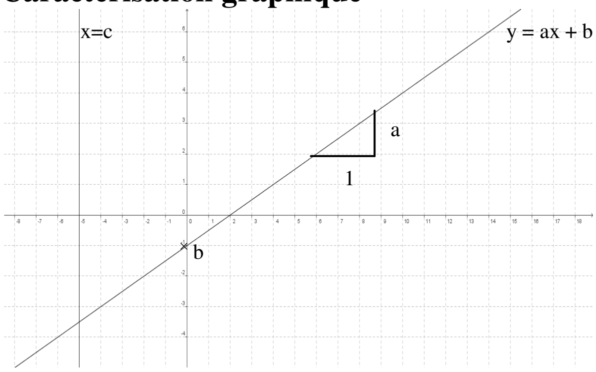
Propriété : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ toute droite a une équation de la forme :

$y = ax + b$ ou $x = c$ (avec a, b, c $\in \mathbb{R}$).

Réciproquement l'ensemble des points (x ; y) tels que $y = ax + b$ ou $x = c$ est une droite.

Déf : Dans $y = ax + b$, a est le coefficient directeur, b est l'ordonnée à l'origine.

2. Caractérisation graphique



3. Propriétés

- Calcul du coefficient directeur : Soit $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, alors si $x_A \neq x_B$, la droite (AB) a pour équation $y = a x + b$ avec : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
- Deux droites d'équation $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient directeur ($a = a'$).

II. Système d'équations

Résoudre un système c'est trouver le couple (x ; y) qui vérifie les deux équations.

1. Interprétation graphique

On a : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$ *ou* $\begin{cases} y = mx + p \\ x = k \end{cases}$

C'est-à-dire que résoudre un système de deux équations à deux inconnues revient à déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites (s'il existe).

2. Résolution algébrique

- Méthode de substitution :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{c - by}{a} \quad (a \neq 0) \\ a'(\dfrac{c - by}{a}) + b'y = c' \end{cases}$$

On écrit une inconnue en fonction de l'autre et on la « substitue » dans l'autre équation.

- Méthode de combinaison :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha x + \beta y = \delta \\ \alpha x + \beta' y = \delta' \end{cases}$$

On multiplie les lignes par certains coefficients de façon à « éliminer » une inconnue ensuite par soustraction.