

Bac blanc STG (CGRH) Avril 2011

- Mathématiques -

Durée : 2 heures
Calculatrice autorisée**Exercice 1 :** (6 points) Nouvelle Calédonie Nov 2010

Dans le cadre de cet exercice, on s'intéresse à la consommation d'électricité en France (exprimée en TWh, c'est-à-dire en milliards de kWh) dans le secteur des transports urbains et ferroviaires pour les années $1994+x_i$ où x_i est un nombre entier naturel.

Année $1994+x_i$	1995	2000	2004	2005	2006	2007
x_i	1	6	10	11	12	13
Consommation y_i	8,6	10,4	12,2	11,9	12,1	12,2

Source : <http://www.developpement-durable.gouv.fr>

On a représenté en annexe le nuage de points correspondant aux données de l'énoncé; le rang x_i de l'année étant placé en abscisse et la consommation y_i correspondante apparaissant en ordonnée.

On décide d'effectuer un ajustement affine.

1. a. Donner les coordonnées x et y du point moyen G du nuage.

b. Placer G sur le graphique.

2. Au moyen de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-3} près).

3. Pour toute la suite de l'exercice, on utilisera la droite d'équation $y = 0,31x + 8,46$ comme droite d'ajustement. Sur le document fourni en annexe tracer cette droite.

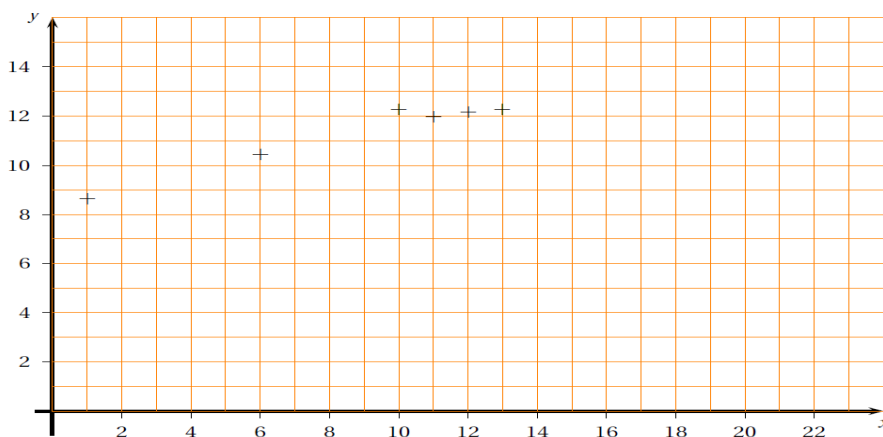
On considère que cette droite fournit un bon ajustement jusqu'en 2015.

4.a. Par lecture graphique, estimer la consommation d'électricité en France pour l'année 2010.

b. Retrouver le résultat précédent par le calcul.

5. Estimer à partir de quelle année la consommation d'électricité en France dans le secteur des transports urbains et ferroviaires dépassera 14,5 TWh.

Annexe : nuage de points



Exercice 2 : (8 points) *Nouvelle-Calédonie, Nov 2010*

L'entreprise CDUCOSTO est spécialisée dans la fabrication d'abris de jardin; elle peut en fabriquer au maximum 30 par mois. On admet que tous les abris de jardin fabriqués sont vendus. Tous les montants sont ici exprimés en centaines d'euros.

On a représenté trois fonctions sur le graphique fourni en annexe :

- la courbe C représente la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 48$ où $x \in [0 ; 30]$ et exprime le coût total de fabrication de x abris de jardin par l'entreprise CDUCOSTO.
- le segment d représente la fonction r définie par $r(x) = 3x$ où $x \in [0 ; 30]$ et exprime la recette réalisée pour la vente de x abris de jardin au prix unitaire de 300 euros.
- le segment D représente la fonction R qui exprime la recette réalisée pour la vente de x abris de jardin au prix unitaire de 1 000 euros.

1. À l'aide du graphique, expliquer pourquoi le choix d'un prix de vente unitaire de 300 euros est un mauvais choix pour l'entreprise.

Dans la suite de l'exercice, l'entreprise décide de vendre chaque abri 1 000 euros.

a. Vérifier que $R(25) = 250$.

b. Exprimer la recette $R(x)$ ainsi réalisée en fonction de x .

2. À l'aide du graphique, déterminer pour quels nombre n d'abris de jardin fabriqués et vendus, l'entreprise réalise un bénéfice.

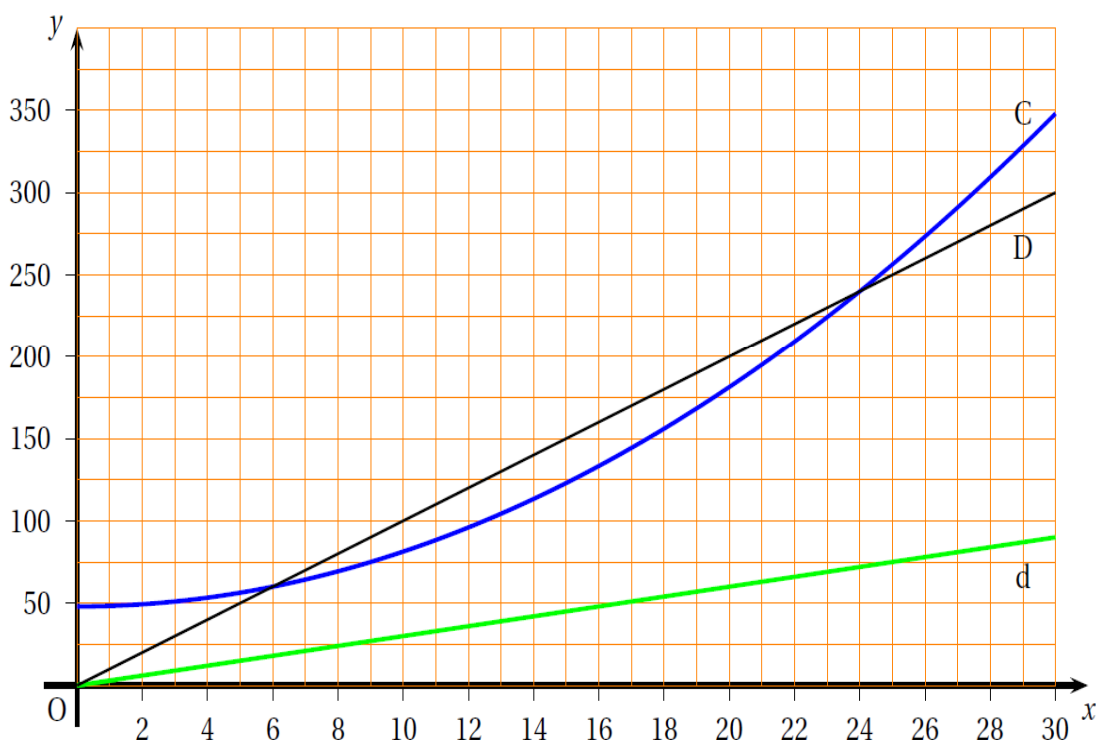
3. Exprimer le bénéfice $B(x)$ en fonction de x .

4. Vérifier que la dérivée B' de la fonction B s'écrit $B'(x) = 10 - \frac{2}{3}x$.

5. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer le nombre d'abris de jardin que l'entreprise CDUCOSTO doit fabriquer chaque mois pour réaliser un bénéfice maximum. Quel sera alors le montant de ce bénéfice maximum?

Graphique, exercice 2



Exercice 3 : (6 points) *Antilles, juin 2010*

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'habitants d'un village entre les années 2004 et 2009 (les relevés de population sont effectués chaque année au 1^{er} janvier).

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Nombre d'habitants	873	1025	1010	1121	1289	1456

Les deux parties qui suivent sont indépendantes.

Partie I : première étude

1. Calculer le taux global d'évolution en pourcentage de cette population entre les années 2004 et 2009 (arrondir le résultat à 0,1%).
2. Calculer le taux annuel moyen d'évolution en pourcentage entre 2004 et 2009.(arrondir le résultat à 0,1%)
3. En supposant que la population augmentera après 2009 de 10,8% par an, calculer combien ce village comptera d'habitant au 1er janvier 2011 (on arrondira bien sûr le résultat à l'unité !).

Partie II : seconde étude

Dans cette partie, on suppose que la population du village après 2009 n'augmentera que de 6% par an jusqu'en 2016.

Soit (U_n) la suite telle que U_n arrondi à l'entier près représente le nombre d'habitants de ce village en $(2009+n)$, on a $U_0 = 1456$.

1. Justifier pourquoi (U_n) est une suite géométrique de raison 1,06.
2. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n , puis U_n en fonction de n .
3. Calculer U_4 . En donner un arrondi à l'entier près. Que représente ce nombre ?
4. Calculer le nombre estimé d'habitants dans ce village en 2015.
5. À l'aide d'un logiciel de type tableur, on réalise la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	Année	n	U_n
2	2009	0	1456
3	2010	1	
4	2011	2	
5	2012	3	
6	2013	4	
7	2014	5	
8	2015	6	
9	2016	7	

Quelle formule faut-il entrer dans la cellule C3 afin d'obtenir, par recopie vers le bas, les termes de la suite (U_n) jusqu'au rang 7 ?

CORRIGE

Exercice 1 :

1. a) G(8,83 ; 11,23)
b)
2. $y = 0,314x + 8,456$
- 3.
4. a)
b) 2010 correspond à $x = 16$, donc : $y = 0,31 \times 16 + 8,46$ soit $y = 13,42$
5. $y \geq 14,5 \Leftrightarrow 0,31x + 8,46 \geq 14,5$

$$0,31x \geq 6,04 \text{ et donc } x \geq \frac{6,04}{0,31} \approx 19,48$$

Donc, à partir de 2014.

Exercice 2 :

1. Prix unitaire 300€ \Rightarrow recette < coût
a) $R(25) = 250$
b) R est une fonction affine linéaire car $R(0) = 0$ et il y a proportionnalité, comme $R(25) = 250$, on déduit : $R(x) = 10x$
2. Bénéfice si recette > coût $\Rightarrow x \in [6 ; 24]$
3. $B(x) = C(x) - R(x)$
$$= -\frac{1}{3}x^2 - 48x + 10$$
4. Alors $B'(x) = -\frac{2}{3}x + 10$
5. $B'(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 10 > 0 \Leftrightarrow x < 15$, d'où le tableau de variation :

x	0	15	30
B'	+	0	-
B	-48	27	-48

Le bénéfice maximum est donc réalisé pour $x = 15$ abris et le bénéfice est de 2700€.

Exercice 3 :

Partie I :

1. $\frac{1456 - 873}{873} \times 100 = 66,78\%$
2. En 5 ans : $5\sqrt{1,6678} \approx 1,1077$ donc $t \approx 10,77\%$ par an
3. Dans 2 ans : $1456 \times 1,1077^2 \approx 1787$

Partie II :

1. Augmentation constante en pourcentage \Rightarrow multiplication par le coefficient multiplicateur
2. $U_{n+1} = 1,06 U_n$
 $U_n = U_0 \times q^n \Rightarrow U_n = 1456 \times 1,06^n$
3. $U_4 = 1456 \times 1,06^4 \approx 1838$ Population en 2013
4. 2015, $n = 6 \Rightarrow U_6 = 1456 \times 1,06^6 \approx 2065$
5. $= C2 \times 1,06$