T.S_5 Lundi 26 septembre

Contrôle Fonctions

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ pour tout x ∈ ℝ/{-1 ; 1}

Et on note C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$).

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

g est fonction définie sur ℝ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$;

1. Etudier les limites de la fonction g, en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction g
3. a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution réelle.
   b) En donner une approximation, à l'aide de la calculatrice, à 10^{-3} près.
4. En déduire le signe de la fonction g.

Partie B : Etude de f

5. a) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   b) Que peut-on en déduire pour C_f ?
6. a) Montrer que pour tout x ∈ ℝ/{-1 ; 1}, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.
   b) En déduire les variations de f.
7. a) Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x + 2 est asymptote à (C_f) en $+\infty$ et $-\infty$.
   b) Etudier la position relative de ces deux courbes.
8. Représenter C_f avec toutes ses asymptotes.