

Dérivation

I. Nombre dérivé et tangente

Rappels sur taux d'accroissement :

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors le taux d'accroissement de (AB) est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

C'est aussi le coefficient directeur de la droite (AB).

Définition : Le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente en $x = a$ à la courbe représentative de f .

Equation de la tangente en $x = a$:

Propriété : Au point $A(a; f(a))$, la courbe C_f représentative de f dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$ a pour équation : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

II. Fonctions dérivées

1. Dérivée des fonctions usuelles

Fonction	Fonction dérivée
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3.x^2$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

2. Opérations sur les dérivées

u et v sont dérivables sur I , $k \in \mathbb{R}$:

$$* (u + v)' = u' + v'$$

$$* (k \times u)' = k \times u' \quad \text{et} \quad (u \times v)' = u'v + uv'$$

$$* \text{ pour } x \text{ tq } v(x) \neq 0 : \left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2} \quad \text{et} \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

3. Dérivée des fonctions composées

$$* (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$* (u^n)' = n.u' . u^{n-1}$$

III. Sens de variation d'une fonction

Théorème : Soit f une fonction dérivable sur I , alors si $\forall x \in I$, on a :

$f'(x) < 0$: f est décroissante sur I ,

$f'(x) > 0$: f est croissante sur I ,

$f'(x) = 0$: f est constante sur I .