

Contrôle 2 heures

**Exercice 1:** (7 points)

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en France, exprimé en millions.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	1985	1990	1995	2000	2005
2	Nombre d'habitants	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8
3	Indices	100				
4	Indices					100

**Partie A :**

- 1) Calculer le taux d'évolution du nombre d'habitants de 1985 à 2005. Arrondir à 0,01%.
- 2) En déduire le taux moyen annuel d'évolution entre 1985 et 2005. Arrondir à 0,01%.
- 3) Calculer une estimation, en millions d'habitants, du nombre d'habitants en 2010 si le taux moyen annuel après 2005 est de 0,5%.
- 4) On estime qu'en 2006 la population devrait augmenter de 0,8% et en 2007 de 0,7%. Quel est alors le taux global d'évolution sur ces deux années. Arrondir à 0,001%.
- 5) Quel taux d'évolution faudrait-il entre 2005 et 2010 pour que la population en 2010 retrouve sa valeur de 2000 ?
- 6) On sait que le taux d'évolution entre 1980 et 1985 était de + 1,56 %. Quelle était la population en 1980 ?

**Partie B :**

- 7) Remplir les deux lignes « Indices » du tableau (l'une prend pour base 100 l'année 1985, l'autre l'année 2005).
- 8) En déduire le taux réciproque à + 10,95 %.

- Bonus {
- 9) On désire remplir ces deux lignes avec un tableur :
    - a) Quelle formule faut-il entrer dans la cellule C3 de façon à remplir la ligne 3 en étirant cette formule ?
    - b) Quelle formule faut-il entrer dans la cellule E4 de façon à remplir la ligne 4 en étirant (vers la gauche) cette formule ?

**Exercice 2 :** (3 points)

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 3x - 1)$

2)  $g(x) = \frac{3x + 7}{1 - 2x}$

3)  $h(x) = \sqrt{x} \times \frac{1}{x^2}$

**Exercice 3 :** (5 points)

Le bénéfice réalisé par une société pour la vente de  $x$  objets est donné par :

$$f(x) = -x^2 + 8x - 12 \quad \text{pour } x \in [0 ; 10]$$

- 1) Calculer la fonction  $f'$  dérivée de  $f$ .
- 2) Etudier le signe de  $f'$  sur  $[0 ; 10]$  et en déduire le tableau de variation de  $f$  sur  $[0 ; 10]$
- 3) Déterminer alors quel est le nombre  $x$  d'objets que doit vendre cette entreprise pour réaliser un bénéfice maximal et quel est ce bénéfice.
- 4) Donner une équation de la tangente à la courbe  $(C_f)$  représentative de  $f$  en  $x = 3$

**Exercice 4 :** (6 points)

Pour décorer sa vitrine de Noël, un commerçant a besoin d'au moins 50 boules multicolores, d'au moins 12 guirlandes et d'au moins 26 mètres de tissu argenté.

Deux grossistes proposent :

- l'un, le lot A constitué de 10 boules multicolores, 3 guirlandes, 8 mètres de tissu argenté, pour une somme de 165 francs ;
- l'autre, le lot B constitué de 20 boules multicolores, 4 guirlandes, 2 mètres de tissu argenté, pour une somme de 110 francs.

Le but de l'exercice est de déterminer le nombre  $x$  de lots A et le nombre  $y$  de lots B que le commerçant doit acheter pour que la dépense soit minimale.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur  $x$  et  $y$  traduisant les contraintes du problème.
2. On se place dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité 2 cm).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points  $M(x ; y)$  tels que :

$$\begin{cases} x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \\ x + 2y & \geq 5 \\ 3x + 4y & \geq 12 \\ 4x + y & \geq 13 \end{cases}$$

On hachurera la partie du plan ne convenant pas.

3.
  - a. Exprimer en fonction de  $x$  et  $y$  la dépense  $D$  occasionnée par l'achat de  $x$  lots A et  $y$  lots B.
  - b. Tracer dans le plan la droite  $\Delta$  correspondant à une dépense  $D$  de 880 francs.
  - c. Déterminer graphiquement le nombre  $x_0$  de lots A et le nombre  $y_0$  de lots B pour lesquels la dépense est minimale.  
Calculer cette dépense minimale.