

NOM Prénom :
Term STG 3

Mathématiques

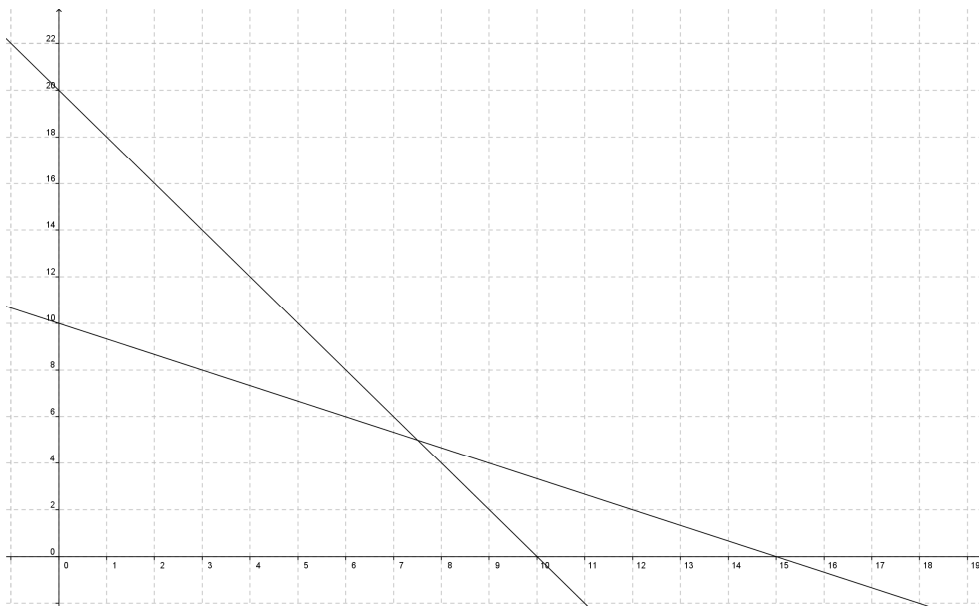
Mardi 10 janvier : 12h50 – 15h50

Salles : I103 / I104

Calculatrice autorisée

Le sujet sera rendu avec la copie.

Exercice 1 : (6 points)



Une couturière fabrique des pantalons suivant deux modèles A ou B. Elle dispose de 15 m de tissu par semaine et travaille 40 heures par semaine. Le modèle A nécessite 1 mètre de tissu et 4 heures de travail. Le modèle B nécessite 1,50 mètre de tissu et 2 heures de travail. On note x le nombre de pantalons du modèle A et y le nombre de pantalons du modèle B fabriqués par semaine.

1. Montrer que les productions hebdomadaires de la couturière sont soumises aux contraintes suivantes :

$$\begin{cases} x \in \mathbb{N} & , & y \in \mathbb{N} \\ x \geq 0 & \text{et} & y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 30 \\ 2x + y \leq 20 \end{cases}$$

2. Compléter le graphique ci-contre en y ajoutant le polygone des contraintes. On hachurera la partie du plan ne convenant pas.
3. Utiliser le graphique pour répondre aux questions a et b.
- Si la couturière produit dans sa semaine 8 pantalons du modèle A, combien de pantalons du modèle B peut-elle produire? (Donner toutes les solutions).
 - Si la couturière produit dans sa semaine 8 pantalons du modèle B, combien de pantalons du modèle A peut-elle produire? (Donner toutes les solutions).
4. Sur un pantalon du modèle A la couturière fait un bénéfice de 60 € et sur un pantalon du modèle B un bénéfice de 40 €. On suppose qu'elle vend toute sa production.
- Exprimer en fonction de x et de y le bénéfice hebdomadaire R qu'elle peut réaliser.
 - Représenter sur le graphique la droite correspondant à un bénéfice de 240 euros.
 - Déterminer graphiquement le nombre de pantalons de chaque modèle à fabriquer par semaine pour que le bénéfice soit le plus grand possible (on admettra que ce bénéfice est obtenu pour un point de coordonnées x et y liés par $x + y = 12$).
 - Quel est alors le bénéfice en euros?

Exercice 2 : (7 points)

Un artisan fabrique des vases qu'il met en vente. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus.

L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60. Il estime que le coût de production de x vases fabriqués est modélisé par la fonction C dont l'expression est

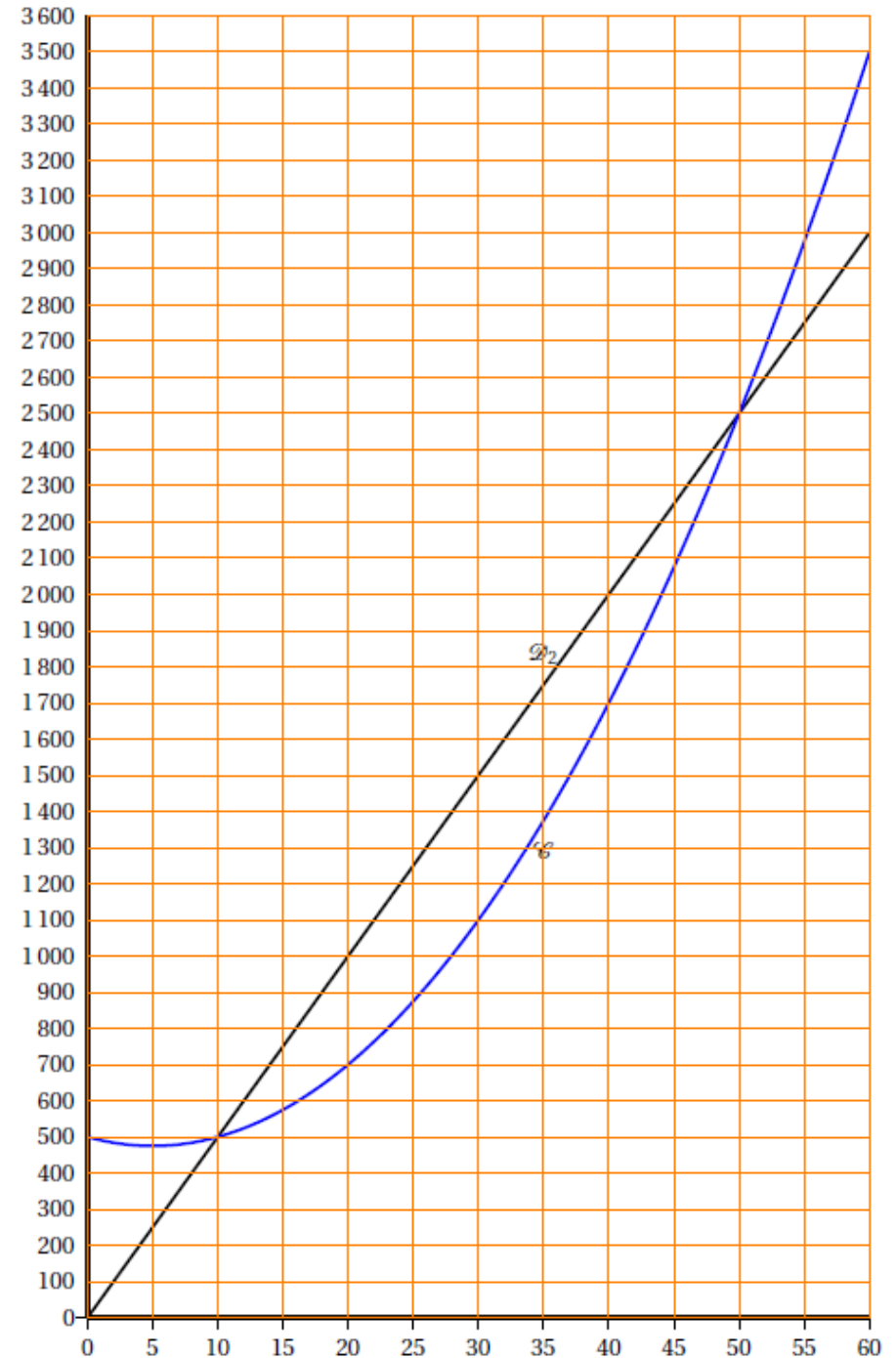
$$C(x) = x^2 - 10x + 500,$$

où x appartient à l'intervalle $[0; 60]$.

Chaque vase est vendu 50 euros.

Sur le graphique donné en annexe 2, \mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction C et \mathcal{D}_2 est la droite d'équation : $y = 50x$.

1. Par lecture graphique, déterminer :
 - a. le coût de production de 40 vases fabriqués.
 - b. la production, à une unité près, qui correspond à un coût total de 1 300 euros.
2. On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués.
 - a. Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
 - b. Déterminer graphiquement le nombre de vases que l'artisan doit fabriquer pour réaliser un bénéfice.
3.
 - a. Montrer que le bénéfice, en euros, réalisé par la fabrication et la vente de x vases, est donné par la fonction B dont l'expression est $B(x) = -x^2 + 60x - 500$, où x appartient à l'intervalle $[0; 60]$.
 - b. Calculer $B'(x)$.
 - c. Déterminer le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0; 60]$.
 - d. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$.
 - e. En déduire le nombre de vases à fabriquer et à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.



Exercice 3 : (7 points)

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse aux dépenses engendrées par la gestion des déchets en France.

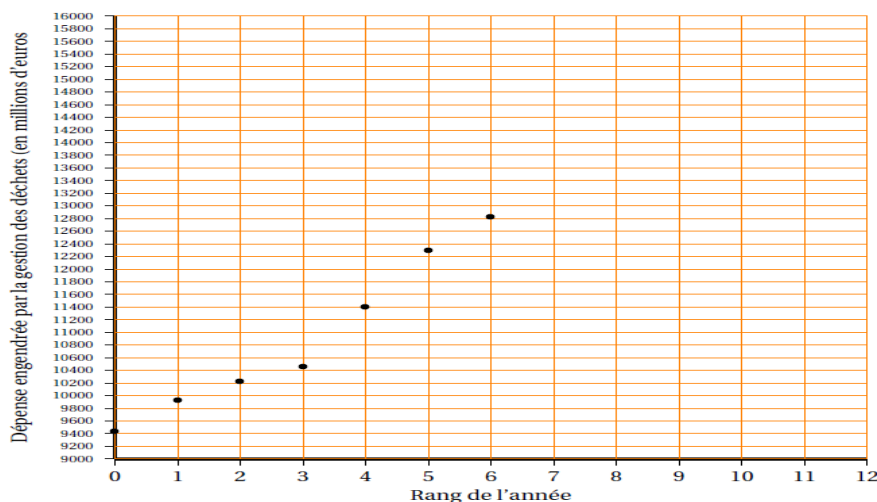
Le tableau ci-dessous présente les données de 2001 à 2007.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Dépense y_i (en millions d'euros)	9 432	9 926	10 233	10 462	11 411	12 304	12 833

Source : SOeS – Commission des comptes et de l'environnement, mai 2009.

Le nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ pour i variant de 0 à 6, est donné en annexe à rendre avec la copie.

- À l'aide de la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de y en x (arrondir les coefficients au millième).
- On décide d'ajuster le nuage avec la droite \mathcal{D} d'équation $y = 575,3x + 9214$.
 - Tracer la droite \mathcal{D} sur le graphique figurant sur annexe.
 - En utilisant cet ajustement affine, estimer la dépense engendrée par la gestion des déchets en 2011.



Partie B

Les déchets sont classés en plusieurs catégories, dont la catégorie des déchets ménagers.

Une partie des déchets ménagers sont recyclés.

Dans la feuille de calcul reproduite ci-dessous, on a rassemblé les données concernant ces différents types de déchets pour les années 2001 à 2007.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
2	Masse de déchets ménagers produits (en milliers de tonnes)	30 161	30 823	31 400	32 445	33 363	33 989	34 629
3	Masse de déchets ménagers recyclés (en milliers de tonnes)	4 124	4 426	4 670	4 935	5 365	5 661	5 964
4	Taux de recyclage	13,7%					16,7%	

Sources : Ademe, enquête « Itom » et « collecte » ; SOeS.

La plage de cellules B4 : H4 est au format pourcentage à une décimale.

- Dans cette question, on s'intéresse aux déchets ménagers produits entre 2001 et 2007.
 - Calculer le taux d'évolution de la masse de déchets ménagers produits entre 2001 et 2007 (arrondir à 0,1%).
 - Calculer le taux d'évolution annuel moyen de la masse de déchets ménagers produits entre 2001 et 2007 (arrondir à 0,1%).
- Dans cette question, on s'intéresse aux déchets ménagers recyclés entre 2001 et 2007.

On appelle taux de recyclage la proportion de déchets ménagers recyclés parmi les déchets ménagers produits.

- Donner une formule qui, entrée en cellule B4, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage B4 : H4
- Calculer la valeur affichée dans la cellule H4.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. On souhaite atteindre l'objectif de recyclage de 30% en 2012. Peut-on penser que cet objectif soit réaliste ?