Antilles-Guyanne, juin 2011

EXERCICE 3 **6 points**

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[2\,;\,30]$ par :

$$C(x) = 12x + 22 - 25\ln(x).$$

Une usine de composants électroniques fabrique des haut-parleurs.
Le coût de production, en milliers d'euros, de x centaines de haut-parleurs est égal à $C(x)$; x est compris entre 2 et 30.

1. Sachant qu'une centaine de haut-parleurs est vendue 10 milliers d'euros, donner (en milliers d'euros) le prix de vente de x centaines de haut-parleurs.

On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[2\,;\,30]$ par

$$B(x) = -2x - 22 + 25\ln(x).$$

2. Montrer que le bénéfice, en milliers d'euros, réalisé sur la vente de x centaines de haut-parleurs est égal à $B(x)$.

3. On admet que B est dérivable sur l'intervalle $[2\,;\,30]$. On note B' sa fonction dérivée.

a. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[2\,;\,30]$, $B'(x) = \dfrac{25 - 2x}{x}$.

b. Étudier le signe de $B'(x)$.

c. En déduire le tableau de variation de la fonction B.

d. Pour quelle quantité de haut-parleurs vendue le bénéfice est-il maximal ?

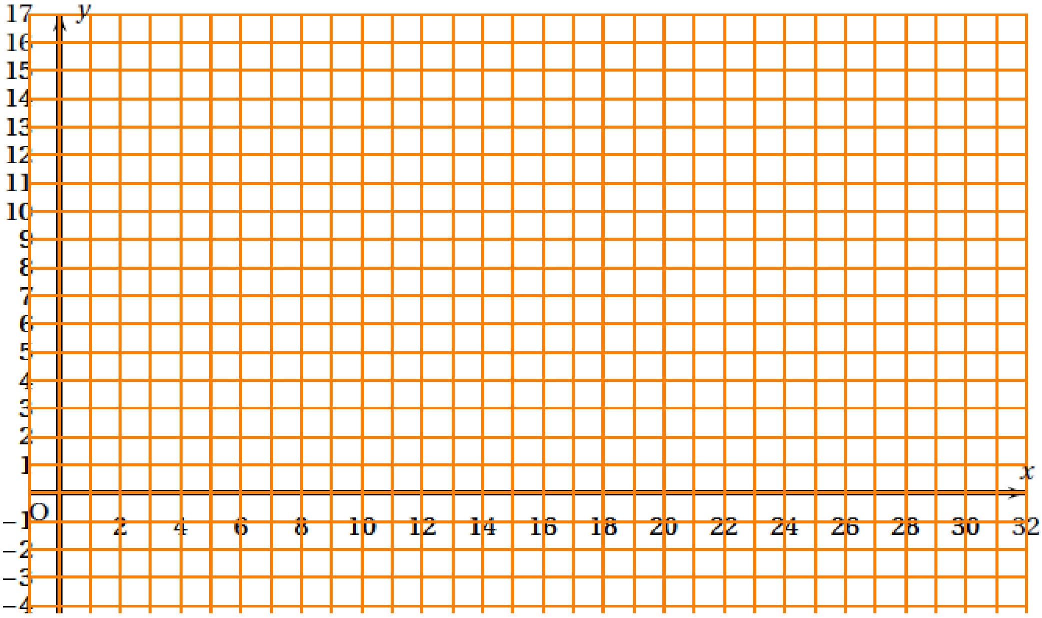
4. a. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe.

b. Tracer dans le repère fourni en annexe la courbe représentative de la fonction B.

5. En utilisant le graphique, déterminer pour quelles quantités produites le bénéfice est supérieur à 10 000 €.

x	2	4	6	10	12,5	14	20	24	30
$B(x)$									

4. b.



Pondichery, juin 2011

EXERCICE 4 **5 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 8] par

$$f(x) = 30\ln(x) + 10 - 10x.$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle [1 ; 8] et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle [1 ; 8], $f'(x) = \dfrac{30 - 10x}{x}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [1 ; 8] et en déduire le tableau de variations de la fonction f.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. (*On arrondira les résultats au dixième*).

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$				11,6				

4. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthononné.
   Unités graphiques : 1 cm pour 1 unité.
   Chaque jour un artisan fabrique x objets (x étant compris entre 1 et 8).
   Le bénéfice, en **dizaines d'euros**, réalisé pour la vente de ces x objets est égal à $f(x)$.
5. Combien faut-il produire d'objets pour que le bénéfice soit maximal ? Que vaut ce bénéfice maximal à un euro près ?
6. Déterminer à partir de quelle quantité d'objets l'artisan travaille à perte.

N[lle] Calédonie, nov 2010

EXERCICE 4 **8 points**

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, $0 \leqslant x \leqslant 12$.
Le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, pour produire x tonnes est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par

$$f(x) = 0,5x^2 - 13x - 60 + 55\ln(x+3).$$

Partie A : étude d'une fonction

1. f' désigne la dérivée de f. Calculer $f'(x)$. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-2)(x-8)}{(x+3)}$.
2. Étudier, à l'aide d'un tableau, le signe de $f'(x)$ dans l'intervalle [0 ; 12].
3. En déduire le tableau de variations de f dans l'intervalle [0 ; 12].