

Le 2nd degré

On considère le polynôme : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a, b, c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

I. Forme canonique

$$P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

II. Racines de P

Déf : 1°) α est une racine de P signifie que $P(\alpha) = 0$

2°) Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Propriété : Si $\Delta < 0$: P n'a pas de racine réelle.

$\Delta = 0$: P a une racine (double) $\alpha = \frac{-b}{2a}$

$\Delta > 0$: P a deux racines distincts : $\alpha = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\beta = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

III. Factorisation du trinôme

Propriété : Si $\Delta < 0$, P ne se factorise pas sur \mathbb{R} (P est irréductible)

$\Delta = 0$, $P(x) = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2$

$\Delta > 0$, $P(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$ (α, β les deux racines de P)

Conséquence :

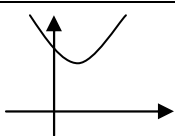
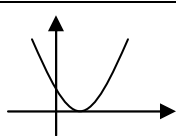
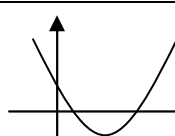
Si $\Delta > 0$ et α et β les deux racines réelles de P, alors : $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ et $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

IV. Signe de P sur \mathbb{R}

Propriété : Si $\Delta \leq 0$, P est du signe de a sur \mathbb{R}

$\Delta > 0$, P est du signe de a à l'extérieur des racines.

V. Résumé en image

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$			
$a < 0$	