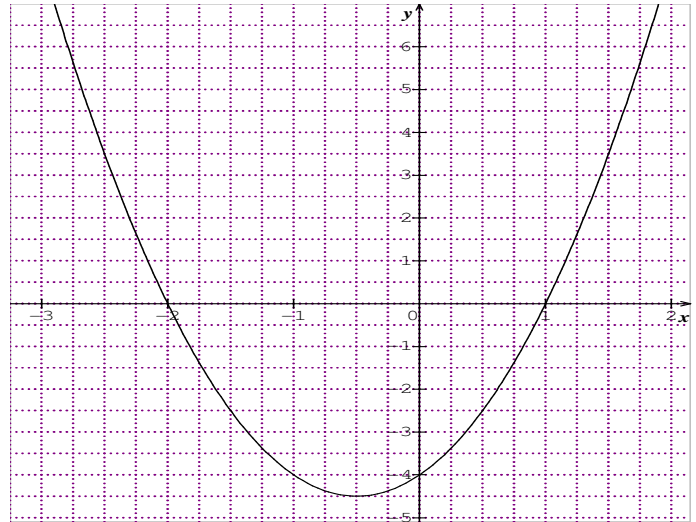


Contrôle n°2

Exercice 1 : (4 points)

Soit f une fonction polynôme de degré 2, dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.
Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer les racines de f sur \mathbb{R} .
2. Déterminer le signe de f sur \mathbb{R} .
3. Déterminer $f(0)$.
4. Donner la forme factorisée de f .
5. Donner la forme développée de f .

**Exercice 2 :** (4 points)

Déterminer les racines réelles du polynôme : $P(x) = x^4 - x^2 - 6$

Exercice 3 : (6 points)

Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$.

1. Montrer que $x = -1$ est une racine de P .
2. Déterminer a , b et c dans \mathbb{R} tels que $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$.
3. Déterminer toutes les racines réelles de P et factoriser P .

Exercice 4 : (5 points)

Soit $f(x) = -x^2 - x + 1$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection en C_f et l'axe des abscisses.
2. Résoudre $f(x) \geq 0$.
3. Soit $g(x) = 2x^2 + 3x + 3$. Déterminer les positions relatives de C_f et C_g .

Exercice 5 : (3 points)

Déterminer deux nombres réels x et y tels que : $x + y = 29$ et $xxy = -546$.

CORRIGE

Exercice 1 :

1. Les racines de f sont (-2) et 1 .
2. f est positive sur $]-\infty; -2] \cup [1; +\infty[$ et négative sur $[-2; 1]$
3. $f(0) = -4$.
4. $f(x) = a(x+2)(x-1)$ avec $a \neq 0$ et $a \in \mathbb{R}$. De plus $f(0) = -4 \Rightarrow a \times 2 \times (-1) = -4 \Rightarrow a = 2$
finalement $f(x) = 2(x+2)(x-1)$.
5. Alors $f(x) = 2(x^2 - x + 2x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$.

Exercice 2 :

Soit l'équation : $x^4 - x^2 - 6 = 0$, on pose alors $X = x^2$ et il vient que $P(x) = 0 \Leftrightarrow X^2 - X - 6 = 0$

Alors on calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et finalement $X_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2(1)} = -2$ et $X_2 = 3$

On a alors $x^2 = X \Rightarrow x^2 = 3$ et donc $x_1 = \sqrt{3}$ et $x_2 = -\sqrt{3}$ comme seules solutions dans \mathbb{R} .

Soit, $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

Exercice 3 :

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$$

1. $P(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 11(-1) - 12 = 0$
2. $(x+1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c = ax^3 + (a+b)x^2 + (b+c)x + c$

$$\text{Par identification : } \begin{cases} a = 1 \\ a + b = 2 \\ b + c = -11 \\ c = -12 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -12 \end{cases} \quad \text{et donc } P(x) = (x+1)(x^2 + x - 12).$$

3. $P(x) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0$ et alors $x = -1$
ou $x^2 + x - 12 = 0$, alors $\Delta = 49$ et $x_1 = -4$ et $x_2 = 3$.

Soit P a trois racines réelles qui sont (-4) , (-1) et 3 .

Exercice 4 :

1. Les abscisses des points d'intersection sont solutions de $f(x) = 0$

$$\text{Soit } \Delta = 5 \text{ et alors } x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Et donc les points d'intersections cherchés sont $A(x_1; 0)$ et $B(x_2; 0)$

2. f est du signe de a à l'extérieur des racines, donc f est positive ($a = -1$) pour tout $x \in [x_2; x_1]$

3. C_f est au dessus de C_g lorsque $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq 0$

$$\text{Soit } -x^2 - x + 1 - (2x^2 + 3x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 4x - 2 \geq 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-3) \times (-2) = -8 < 0. \text{ donc } C_f \text{ et } C_g \text{ ne se coupent pas.}$$

De plus $f(x) - g(x)$ est de signe constant ici négatif (car $a = -3$), et donc C_f est en dessous de C_g .

Exercice 5 :

x et y sont solutions de $X^2 - 29X - 546 = 0$.

$$\Delta = 3025 \quad \text{et } X_1 = 42; \quad X_2 = -13.$$

Les deux nombres recherchés sont donc 42 et (-13)