1$^{\text{ière}}$ S4 **Pour Jeudi 8 octobre**

DM n° 3 –Second degré-

Exercice 1 : *Un problème de Bhaskara (mathématicien hindou du XII siècle) :*
Arjuna, fougueux combattant, décoche tout un carquois de flèches pour mettre Carna à mort. Avec la moitié de ses flèches, il se défendit de celles de son ennemi. Avec quatre fois la racine carrée du nombre total de flèches, il tua son cheval. Avec six flèches, il tua Salya, le cocher de Carna. Avec trois flèches, il détruisit son parapluie, l'étendard et l'arc. Et avec une, il décapita son ennenmi .Combien de flèches Arjuna a-t-il tirées ?

Une indication de M. Seguy (professeur français de XXI siècle) : on pourrait appeler x^2 le nombre total de flèches tirées…

Exercice 2 :
Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont le produit vaut 4 970.

Exercice 1 :

Soit x^2 le nombre total de flèches, alors Ajuna a utilisé :

- La moitié de ses flèches, soit $\frac{1}{2}x^2$, pour se défendre de celles de son ennemi
- Quatre fois la racine carrée, soir $4\sqrt{x^2}$, pour tuer son cheval
- 6 flèches pour tuer Salya
- 3 flèches pour le parapluie, l'étendard et l'arc
- 1 pour son ennemi

Ainsi, Arjuna a utilisé $(\frac{1}{2}x^2 + 4\sqrt{x^2} + 6 + 3 + 1)$ flèches. Or Arjuna a utilisé toutes ses flèches et donc on a l'égalité : $x^2 = \frac{1}{2}x^2 + 4\sqrt{x^2} + 6 + 3 + 1$

Soit $\frac{1}{2}x^2 - 4x - 10 = 0$. Rmq : on peut supposer $x>0$ puisqu'il a utilisé un nombre positif (!) de flèches pour tuer le cheval. Ainsi, $\sqrt{x^2} = x$.

(On rappelle à toute fin utile que $\sqrt{x^2} = |x|$)

On résout alors l'équation : $\Delta = (-4)^2 - 4(\frac{1}{2})(-10)$

$= 36$

Alors $x_1 = \dfrac{-(-4) - \sqrt{36}}{2\times\frac{1}{2}} = 4 - 6 = -2$

$x_2 = \dfrac{-(-4) + \sqrt{36}}{2\times\frac{1}{2}} = 4 + 6 = 10$

Comme $x > 0$ (voir plus haut), il s'en suit que le nombre total de flèches est $x_2^2 = 100$.

Exercice 2 :

Soit $n \in \mathbb{N}$ l'un des deux nombres, alors l'autre est $(n + 1)$ car il s'agit de deux nombres consécutifs.

On a donc : $n(n + 1) = 4970$

Soit, $n^2 + n - 4970 = 0$

On calcule $\Delta = 1^2 - 4\times1\times4970$

$= 19881$

$= 141^2$

Alors $n_1 = \dfrac{-1 - 141}{2} = -71$ dans ce cas $n_1 + 1 = -70$

$n_2 = \dfrac{-1 + 141}{2} = 70$ dans ce cas $n_2 + 1 = 71$

Il y a donc deux couples possibles : {-70, -71} et {70 ; 71}