DM n°4 (n° 80p 271)

N° 80 p 271

A et B sont deux points distincts donnés du plan.

1. a) Construire le barycentre G de {(A ; 2), (B ; 1)}
b) Pour tout point M du plan, exprimer $2\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$.

2. a) Quel est l'ensemble (E_1) ds points M pour lesquels les vecteurs $2.\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires ?
b) Quel est l'ensemble (E_2) des points M tels que : $\left\| 2.\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \right\| = AB$?
c) Quel est l'ensemble (E_3) des points M tels que : $\left\| 2.\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \right\| = 3.MA$?
d) Représenter E_1, E_2, E_3 sur une même figure.

Correction DM n°4, n°80 p 271

1. **a)** G est barycentre de {(A; 2), (B; 1)}. Ainsi $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

b) $2.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})$
$= 3.\overrightarrow{MG} + 3.\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$
$= 3.\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{0}$

2. **a)** $2.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{AB}$ colinéaires $\Leftrightarrow 2.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = k.\overrightarrow{AB}$ (avec $k \in \mathbb{R}$)
$\Leftrightarrow 3.\overrightarrow{MG} = k\,\overrightarrow{AB}$
$\Leftrightarrow$ (MG) et (AB) parallèles
$\Leftrightarrow G \in (AB)$ car $M \in (AB)$.

b) $\left|\left|2.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right|\right| = AB \Leftrightarrow \left|\left|3.\overrightarrow{MG}\right|\right| = AB$
$\Leftrightarrow MG = \frac{1}{3}AB$
$\Leftrightarrow$ M décrit le cercle de centre G et de rayon $R = \frac{1}{3}AB$

c) $\left|\left|2.\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right|\right| = 3.MA \Leftrightarrow \left|\left|3.\overrightarrow{MG}\right|\right| = 3.MA$
$\Leftrightarrow MG = MA$
$\Leftrightarrow$ M décrit la médiatrice de [AG]

d)