

Limite d'une fonction

I. Comportement local

1. Etude d'un exemple

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

* Tableau de valeurs pour x « grand »

* Tableau de valeurs pour x « proche » de 0

* Premières conclusions

2. Premiers résultats

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

3. Calculs de limites

. Addition :

| | | | | | | |
|--------------|----------|---------|---------|-----|-----|-------------|
| lim f(x) | l (∈ ℝ) | l (∈ ℝ) | l (∈ ℝ) | + ∞ | - ∞ | - ∞ |
| lim g(x) | l' (∈ ℝ) | + ∞ | - ∞ | + ∞ | - ∞ | + ∞ |
| lim (f+g)(x) | l + l' | + ∞ | - ∞ | + ∞ | - ∞ | F.I. |

. Multiplication :

| | | | | | | |
|--------------|----------|---------|-----|-----|-----|-------------|
| lim f(x) | l (∈ ℝ) | l (≠ 0) | + ∞ | - ∞ | + ∞ | 0 |
| lim g(x) | l' (∈ ℝ) | ± ∞ | + ∞ | - ∞ | - ∞ | ± ∞ |
| lim (f×g)(x) | l × l' | ± ∞ | + ∞ | + ∞ | - ∞ | F.I. |

. Division :

| | | | | | |
|--------------|----------|---------|---------|-------------|-------------|
| lim f(x) | l (∈ ℝ) | l (∈ ℝ) | l (≠ 0) | ± ∞ | 0 |
| lim g(x) | l' (≠ 0) | ± ∞ | 0 | ± ∞ | 0 |
| lim (f/g)(x) | l / l' | 0 | ± ∞ | F.I. | F.I. |

4. Les F.I.

. Propriété 1 : Un polynôme se comporte à l'infini comme son terme de plus haut degré.

. Propriété 2 : Une fonction rationnelle se comporte à l'infini comme le rapport de ses termes de plus haut degré.

II. Interprétation graphique.

. Déf 1 : $x = a$ est une asymptote verticale à C_f signifie que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$

. Déf 2 : $y = a$ est une asymptote horizontale à C_f (+ ou - ∞) signifie que $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = a$

. Déf 3 : $y = ax + b$ est une asymptote oblique à C_f (en + ou - ∞) signifie que $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.