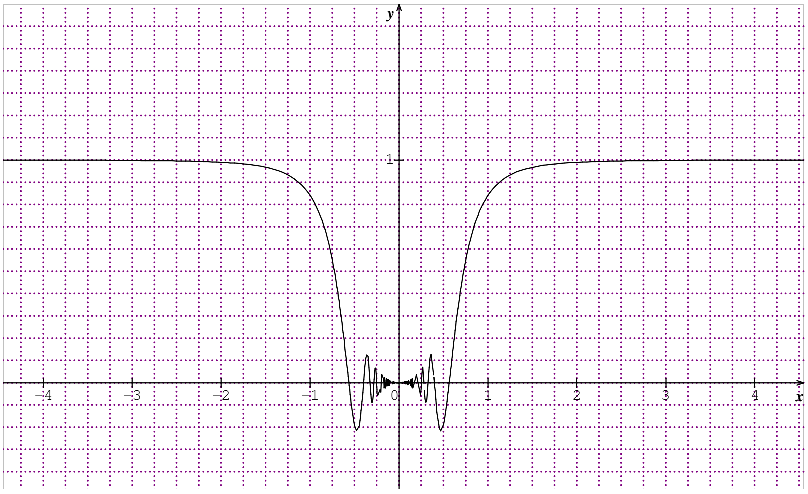
Correction DM n°1 (n°71 p 32)

On a $p(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x^2})$

1°) L'écran de la calculatrice donne pour $x \in [-4 ; 4]$:



2°) Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $-1 \leq \sin x \leq 1$

d'où : $-x^2 \leq x^2 \sin(\frac{1}{x^2}) \leq x^2$

Cette double inégalité permet de conclure que la courbe de p est compris entre la parabole d'équation $y = x^2$ et la parabole d'équation $y = -x^2$

3°) Par le théorème des gendarmes, on déduit que $\lim\limits_{x \to 0} p(x) = 0$.

4°) On pose $X = \frac{1}{x^2}$ alors $x^2 \sin(\frac{1}{x^2}) = \frac{1}{X} \sin X$

$$= \frac{\sin X}{X}$$

De plus $\lim\limits_{x \to +\infty} X = 0^+$, donc $\lim\limits_{x \to +\infty} p(x) = \lim\limits_{X \to 0^+} (\frac{\sin X}{X}) = 1$

De même $\lim\limits_{x \to -\infty} X = 0^-$, donc $\lim\limits_{x \to -\infty} p(x) = \lim\limits_{X \to 0^-} (\frac{\sin X}{X^2}) = 1.$