1ière S4 **Mardi 8 décembre**

Contrôle N° 5

Exercice 1 : (5 points)

Dériver les fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^2 + 1$ **2.** $h(x) = \dfrac{1}{-3x + 1}$ **3.** $k(x) = \sqrt{3x + 2}$ **4.** $l(x) = \dfrac{-x^2 + 2x - 1}{2x^2 - x + 4}$

Exercice 2: (5 points)

Soit $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - \dfrac{1}{3}$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer la fonction f ' dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer les limites et dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 : (10 points)

Soit $f(x) = \dfrac{3x + 1}{-x + 2}$;

1. Déterminer le domaine de définition Df de f.
2. Calculer la fonction f ' dérivée de f sur Df.
3. Etudier les variations de f sur Df.
4. Etudier les limites de f aux bornes de Df et dresser le tableau de variation de f sur Df.
5. Déterminer les éventuelles asymptotes à (Cf) courbe représentative de f sur Df.
6. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse x = 0
7. Dans un repère orthogonal, représenter les asymptotes, (T) et (Cf).

CORRIGE

Exercice 1 :

1. $f'(x) = 2x$ **2.** $h'(x) = \dfrac{3}{(-3x+1)^2}$ **3.** $k'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+2}}$

4. $l'(x) = \dfrac{(-2x+2)(2x^2-x+4)-(-x^2+2x-1)(4x-1)}{(2x^2-x+4)^2} = \dfrac{-3x^2-4x+7}{(2x^2-x+4)^2}$

avec $u(x) = -x^2+2x-1$ et $v(x) = 2x^2-x+4$ donc $u'(x) = -2x+2$ et $v'(x) = 4x-1$

Exercice 2 :

1. $f'(x) = x^2+2x-3$

2. f' est du 2^{nd} degré : $\Delta = 16$ et $x_1 = -3$ et $x_2 = 1$, donc $f'(x) = (x-1)(x+3)$

D'après le signe du trinôme du 2^{nd} degré $f' < 0 \Leftrightarrow x \in]-1\,;3[$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$f(1) = -2$

$f(-3) = 9 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{26}{3}$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
Sgn f'		+	0	−	0	+	
Var f	$-\infty$	↗	$\dfrac{26}{3}$	↘	-2	↗	$+\infty$

Exercice 3 :

1. $D_f = \mathbb{R} / \{\,2\,\}$

2. $f'(x) = \dfrac{7}{(-x+2)^2}$

3. $f'(x) > 0\ \forall\, x \in D_f$

4. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -3$

$\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = -\infty$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Sgn f'		+	||	+	
Var f	-3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-3

5. Deux asymptotes : verticale : $x = 2$

horizontale : $y = -3$ (en $+\infty$ et $-\infty$)

6. (T) : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = \dfrac{7}{4}x + \dfrac{1}{2}$

7.