$1^{ière}$ **S4**

Dérivation

N°100 p 141 :

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - \frac{3}{4}x + 1$.

(Cf) est la courbe représentant f dans un repère.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f\,'(x)$.
   - **a)** Calculer $g'(x)$.
   - **b)** Dresser le tableau de variation de g et vérifier que $g(\frac{1}{2}) = 0$.
   - **c)** En déduire le signe de g.
3. **a)** Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   - **b)** Donner ldes équations des tangentes (T) et (T') à (Cf) aux points d'abscisses 1 et –1.
   - **c)** Tracer (T), (T') puis (Cf).

CORRIGE

1. $f\,'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - \frac{3}{4}$
2. **a)** Ainsi $g(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - \frac{3}{4}$ et donc : $g'(x) = 12x^2 - 6x + 2$

   b) g' est du 2^{nd} degré avec $\Delta = (-6)^2 - 4.12.2 = -60$

   Ainsi $g'(x) >$ à $\forall x \in \mathbb{R}$ et donc g est croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
Sgn g'		+	
Var g	$-\infty$	↗	$+\infty$

On calcule $g(\frac{1}{2}) = 0$

c) D'après les variations de g, on déduit

alors que $g(x) > 0\ \forall x > \frac{1}{2}$

et $g(x) < 0\ \forall x < \frac{1}{2}$

3. a) Il s'en suit le tableau suivant :

f ' = g, d'où le signe de f '

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Sgn f '		–	0	+	
Var f	$+\infty$	↘	$\frac{7}{8}$	↗	$+\infty$

b) (T) : $y = f\,'(1)(x - 1) + f(1)$

$y = \frac{9}{4}x + \frac{5}{4}$

(T') : $y = f\,'(-1)(x + 1) + f(-1)$

$y = -\frac{39}{4}x + \frac{19}{4}$