

## Correction DM n°1, n°108p73

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

1) f est définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$  tel que :

\*)  $\frac{x+1}{x-1} \geq 0$  (à cause de la racine)

\*)  $x-1 \neq 0$  (à cause du dénominateur)

x	$-\infty$	- 1	1	$+\infty$
Sgn (x + 1)	-	0	+	+
Sgn (x - 1)	-	-	0	+
Sgn ( $\frac{x+1}{x-1}$ )	+	0	-	+

On déduit  $D_f = ]-\infty ; -1] \cup ]1 ; +\infty[$

2) On pose  $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$  et  $g(x) = \sqrt{x}$  alors  $f = g \circ h$  sur le domaine considéré.

$$\begin{aligned} 3) \quad 1 + \frac{2}{x-1} &= \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1} \\ &= \frac{x-1+2}{x-1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

4) Sur  $]-\infty ; -1]$  : h est décroissante car  $a(x) = \frac{1}{x-1}$  est décroissante donc  $b(x) = 2 \times \frac{1}{x-1}$  aussi et

$$c(x) = 1 + \frac{2}{x-1} \text{ également.}$$

Sur  $]1 ; +\infty[$  : h est encore décroissante pour les mêmes raisons.

5) Ainsi sur chaque intervalle, h est décroissante et g croissante, donc  $f = g \circ h$  est décroissante sur les deux intervalles.

6) Représentation graphique de f :

