1$^{\text{ière}}$ S4 **Mercredi 20 janvier**

Contrôle N° n

Exercice 1 : (2 points)

Placer sur un cercle trigonométrique les point A, B, C, D, E et F correspondants respectivement aux mesures : $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{13\pi}{3}, -\frac{5\pi}{2}, -\pi$.

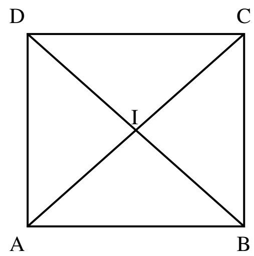
Exercice 2 : (3 points)

On donne $\alpha = \frac{281\pi}{24}$.

1. Donner la mesure principale de α.
2. Donner la mesure de α appartenant à $]3\pi\,;\,5\pi]$

Exercice 3 : (3 points)

ABCD est le carré ci-contre de centre I.



1. Déterminer une mesure de
   a) $(\overrightarrow{IB}\,;\,\overrightarrow{IA})$ **b)** $(\overrightarrow{IB}\,;\,\overrightarrow{ID})$
2. Déterminer ensuite une mesure de :
   a) $(\overrightarrow{IB}\,;\,\overrightarrow{CI})$ **b)** $(\overrightarrow{BC}\,;\,\overrightarrow{ID})$ **c)** $(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{CI})$

Exercice 4 : (5 points)

1. On considère l'équation (E) : $\cos x = -\frac{1}{2}$
   a) Résoudre (E) dans $[0\,;\,2\pi]$
   b) Résoudre (E) dans $]-\pi\,;\,\pi]$
   c) Résoudre (E) dans $\mathbb{R}$.
2. On considère l'inéquation (E') : $\cos x \leq -\frac{1}{2}$
   a) Résoudre (E') dans $[0\,;\,2\pi[$
   b) Résoudre (E') dans $]-\pi\,;\,\pi]$

Exercice 5 : (7 points)

Soit A, B et C trois points dans $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé tels que : OA = OB = OC et

$$(\overrightarrow{OA}\,;\,\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OC}) = (\overrightarrow{OC}\,;\,\overrightarrow{OA}) = \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$$

A est le point de coordonnées $(\sqrt{3}\,;\,1)$.

1. Déterminer les coordonnées du point A' tel que OA' = 1 et tel que les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OA'}$ soient colinéaires de même sens.
2. Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\vec{i}\,;\,\overrightarrow{OA})$.
3. En déduire une mesure des angles $(\vec{i}\,;\,\overrightarrow{OB})$ et $(\vec{i}\,;\,\overrightarrow{OC})$.
4. **a)** Préciser les coordonnées polaires de B et de C dans $(O\,;\,\vec{i})$
   b) En déduire les coordonnées cartésiennes de B et C.
   c) Construire le triangle ABC.

CORRIGE

Exercice 1 :

Voir cours

Exercice 2 :

$\frac{281\pi}{24} = \frac{288\pi - 7\pi}{24} = 12\pi - \frac{7\pi}{24} = -\frac{7\pi}{24} + 6 \times 2\pi$

1. $-\frac{7\pi}{24} \in \,]-\pi \,;\, +\pi] \Rightarrow -\frac{7\pi}{24}$ est la mesure principale de α.

2. $-\frac{7\pi}{24} + 4\pi = \frac{89\pi}{24} \in \,]3\pi \,;\, 5\pi]$

Exercice 3 :

1. a) $(\vec{IB} \,;\, \vec{IA}) = -\frac{\pi}{2}$ **b)** $(\vec{IB} \,;\, \vec{ID}) = \pi$

2. a) $(\vec{IB} \,;\, \vec{CI}) = (\vec{IB} \,;\, \vec{IA}) = -\frac{\pi}{2}$ **b)** $(\vec{BC} \,;\, \vec{ID}) = (\vec{BC} \,;\, \vec{BI}) = \frac{\pi}{4}$

c) $(\vec{BA} \,;\, \vec{CI}) = (\vec{CD} \,;\, \vec{CI}) = \frac{\pi}{4}$

Exercice 4 :

1.a) $S = \{\frac{2\pi}{3} \,;\, \frac{4\pi}{3}\}$ **b)** $S = \{ -\frac{2\pi}{3} \,;\, \frac{2\pi}{3} \}$ **c)** $S = \{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \,;\, \frac{2\pi}{3} + 2k'\pi;\, k, k' \in \mathbb{Z}\}$

2.a) $S = [\, \frac{2\pi}{3} \,;\, \frac{4\pi}{3} \,]$ **b)** $S = \,]-\pi \,;\, -\frac{2\pi}{3}\,] \cup [\,\frac{2\pi}{3} \,;\, \pi]$

Exercice 5:

1. $OA = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \Rightarrow \vec{OA'} = \frac{1}{2}\vec{OA} \Rightarrow A'(\frac{\sqrt{3}}{2} \,;\, \frac{1}{2})$

2. $(\vec{i} \,;\, \vec{OA}) = \frac{\pi}{6}\,[2\pi]$ car $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\alpha = \frac{1}{2}$

3. $(\vec{i} \,;\, \vec{OB}) = (\vec{i} \,;\, \vec{OA}) + (\vec{OA} \,;\, \vec{OB}) = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

$(\vec{i} \,;\, \vec{OC}).= (\vec{i} \,;\, \vec{OA}) + (\vec{OA} \,;\, \vec{OB}) + (\vec{OB} \,;\, \vec{OC}) = \frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}\ [2\pi]$

4. **a)** On déduit $B[\,2 \,;\, \frac{5\pi}{6}]$ et $C\,[\,2 \,;\, \frac{3\pi}{2}]$

b) Et donc $B(2\cos\frac{5\pi}{6} \,;\, 2\sin\frac{5\pi}{6})$ dans $(O;\, \vec{i},\, \vec{j})$, soit $B(-\sqrt{3} \,;\, 1)$. De même $C(0 \,;\, -2)$

c) Un dessin précis demande que l'on trace le cercle de centre O et de rayon 2