

## Exercices dénombrements

Deux « classiques » pas faciles, à faire à tête reposée (y compris pour le prof...)

### Exercice 1 : Le LOTO

On choisit au hasard 6 numéros de 1 à 49, l'ordre n'intervient pas. Le résultat d'un tirage est formé de 6 numéros suivi d'un complémentaire. Déterminer les probabilités suivantes :

- A : Avoir les 6 bons numéros
- B : Avoir 5 bons numéros exactement et le complémentaire
- C : Avoir 5 bons numéros exactement mais pas le complémentaire
- D : Avoir 4 bons numéros exactement et le complémentaire
- E : Avoir 4 bons numéros exactement mais pas le complémentaire
- F : Avoir 3 bons numéros exactement et le complémentaire
- G : Avoir 3 bons numéros exactement mais pas le complémentaire.
- H : gagner.

### Exercice 2 : Le POKER

On appelle main un ensemble de 5 cartes prises parmi 52. Un jeu de 52 cartes est formé de 4 couleurs (trèfle, carreau, cœur, pique) contenant chacune 13 valeurs (2, 3, ..., 10, Valet, Dame, Roi, As).

Déterminer les probabilités suivantes :

- A : Quinte Flush (5 cartes consécutives – par ordre de valeur – d'une même couleur)
- B : Carré : (4 cartes de la même valeur)
- C : Full (3 cartes de la même valeur d'une part et 2 cartes de la même valeur d'autre part)
- D : Quinte (5 cartes consécutives de différentes couleurs)
- E : Breelan (3 cartes de la même valeur qui ne forment pas avec les autres un carré ou un full)
- F : Deux paires (2 cartes de la même valeur d'une part, 2 cartes de la même valeur d'autre part et une 5<sup>ième</sup> de façon à ne pas constituer un full).
- G : Une paire (2 cartes d'une même valeur et 3 cartes de valeurs différentes).

## Corrigé :

### Exercice 1 :

$$p(A) = \frac{\binom{6}{6}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13\,983\,816}$$

$$p(B) = \frac{\binom{6}{5} \times \binom{1}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{6}{13\,983\,816}$$

$$p(C) = \frac{\binom{6}{5} \times \binom{42}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{252}{13\,983\,816}$$

$$p(D) = \frac{\binom{6}{4} \times \binom{42}{1} \times \binom{1}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{630}{13\,983\,816}$$

$$p(E) = \frac{\binom{6}{4} \times \binom{42}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{12\,915}{13\,983\,816}$$

$$p(F) = \frac{\binom{6}{3} \times \binom{42}{2} \times \binom{1}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{17\,220}{13\,983\,816}$$

$$p(G) = \frac{\binom{6}{3} \times \binom{42}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{229\,600}{13\,983\,816}$$

$$p(H) = p(A) + p(B) + p(C) + p(D) + p(E) + p(F) + p(G) = \frac{260\,624}{13\,983\,816}$$

### Exercice 2:

$$p(A) = \frac{\binom{9}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{36}{2\,598\,960}$$

$$p(B) = \frac{\binom{13}{1} \times \binom{4}{4} \times \binom{48}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{624}{2\,598\,960}$$

$$p(C) = \frac{\binom{13}{1} \times \binom{4}{3} \times \binom{12}{1} \times \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{3\,744}{2\,598\,960}$$

$$p(D) = \frac{9 \times 4^5 - 36}{\binom{52}{5}} = \frac{9\,180}{2\,598\,960}$$

$$p(E) = \frac{\binom{13}{1} \times \binom{4}{3} \times \binom{48}{2} - 3\,744}{\binom{52}{5}} = \frac{54\,912}{2\,598\,960}$$

$$p(F) = \frac{\binom{13}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{44}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{123\,552}{2\,598\,960}$$

$$p(G) = \frac{\binom{13}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{12}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} = \frac{1\,098\,240}{2\,598\,960}$$