

Contrôle n°8

Exercice 1 : (10 points)

Pierre (le frère jumeau du fumeur Jean) gagne une 100 000 € à un jeu de hasard. Il se dit qu'il va gérer cet argent de la façon suivante : il le place à un taux de 8 % par an et retire chaque année (à la date anniversaire du placement) 12 000 €.

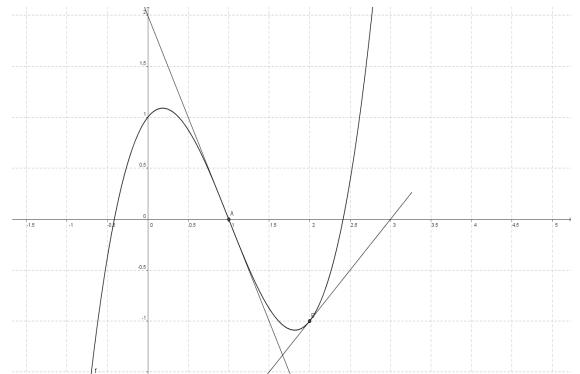
On note U_n l'argent disponible après n années, et $U_0 = 100\,000$.

1.
 - a) Montrer que $U_1 = 96\,000$
 - b) Déterminer U_2 et U_3
 - c) Déterminer U_{n+1} en fonction de U_n .
2. On définit la suite (V_n) pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $V_n = U_n - 150\,000$.
 - a) Montrer que (V_n) est géométrique de raison $q = 1,08$ et donner son premier terme V_0 .
 - b) Déterminer le sens de variation de (V_n) .
 - b) Ecrire V_n en fonction de n .
3.
 - a) Déduire de ce qui précède U_n en fonction de n .
 - b) Calculer U_{14} .
 - c) Déterminer pendant combien d'années le compte de Jean reste créditeur.

Exercice 2 : (6 points)

La courbe (C) ci-contre représente une fonction f , dont on a tracé les tangentes aux points $A(1; 0)$ et $B(2; -1)$. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer $f(1)$ et $f(2)$.
2. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$.
3. Déterminer une équation de la tangente en A à (C) .
4. Résoudre $f(x) = 0$
5. Résoudre $f'(x) = 0$

**Exercice 3 :** (4 points)

Soit $f(x) = 2x^2$ définie sur \mathbb{R} .

1. En calculant une limite, donner $f'(3)$
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.

CORRIGE

Exercice 1 :

1. a) $U_1 = U_0 \times 1,08 - 12\,000 = 96\,000$
- b) $U_2 = U_1 \times 1,08 - 12\,000 = 91\,680$ $U_3 = 87\,014,4$
- c) $U_{n+1} = 1,08 \times U_n - 12\,000$
2. a) $V_{n+1} = U_{n+1} - 150\,000 = (1,08 \times U_n - 12\,000) - 150\,000 = 1,08 \times (V_n + 150\,000) - 162\,000$
 $= 1,08 V_n$
Ainsi (V_n) est géométrique de raison $q = 1,08$ et de premier terme $V_0 = -50\,000$.
- b) $q > 1$ et $V_0 < 0$ implique que (V_n) est décroissante.
- c) Par propriété : $V_n = V_0 \times 1,08^n$ Soit $V_n = -50\,000 \times 1,08^n$
3. a) Alors $U_n = V_n + 150\,000 = 150\,000 - 50\,000 \times 1,08^n$
- b) $U_{14} = 150\,000 - 50\,000 \times 1,08^{14} \approx 3\,140,3$
- c) On calcule $U_{15} \approx -8\,608$, et donc on en déduit que le compte est créditeur pendant 14 ans.

Exercice 2 :

1. $f(1) = 0$ et $f(2) = -1$
2. $f'(1) = -2$ et $f'(2) = 1$
3. $y = -2x + 2$
4. $S = \{-0,4 ; 1 ; 2,4\}$ approximativement.
5. $S = \{0,2 ; 1,8\}$ approximativement

Exercice 3 :

1. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \times (3+h)^2 - 2 \times 3^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 12h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 12) = 12$
Donc $f'(3) = 12$.
2. D'autre part $f(3) = 2 \times 3^2 = 18$
Donc $y = f'(3)(x - 3) + f(3)$ devient : $y = 12(x - 3) + 18$
Soit $y = 12x - 18$